Elastisk model

Rune Brincker, 12 maj 2026

Vi laver et "slag på tasken" for bæreevnen overfor vindlast af en bygning i Bellahøj ved at bruge en simpel elastisk bjælkemodel idet vi betragter bygningen som en indspændt bjælke. Vi betragter den højeste bygning i elementbyggeriet SAB II betegnet bygning 6.

I denne simple beregning vil vi ikke bruge normer som er baseret på sandsynlighedsfordelinger og karakteristiske værdier med tilhørende partialkoefficienter. Grunden er den enkle at vi ønsker at dette indlæg skal være let forståeligt for læseren med et vist kendskab til lineære ligninger..

Derfor holder vi os til to meget sikre fysiske love. Den ene lov er tyngdeloven der holder bygningen på plads, og den anden lov er den såkaldte Drag Equation der giver os den vindkraft der muligvis kan vælte bygningen omkuld.

Når det gælder tyngdeloven, så er Ideen den simple, at så længe der er tryk i alle bærende vægge med moderate trykspændinger, så opfører bygningen sig elastisk, og så er der sikkerhed imod brud.

Vi bruger Navier's ligning der giver os spændingerne i tværsnittet

(1) $$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y = \sigma_N + \sigma_M$$

Hvor N er normalkraften der skyldes vægten af bygningen, A er det samlede areal af den bærende vægge og M er momentet fra vinden. I er inertimomentet, som er den geometriske størrelse der beskriver tværsnittets evne til at optage momenter. Spændingerne σ_M er lineært fordelt overtværsnittet og nul ved den neutrale akse hvor afstanden ud til det betragtede punkt er $y = 0$.

Vi vil beregne tværsnittet som symmetrisk, så den neutrale akse ligger midt i tværsnittet. Bygningen har dybden $d = 10$ m, og vi vil kun beregne spændingerne i ydervæggene, dvs for $y = 5$ m.

Som det fremgår af formel (1), så kan tværsnittet bære et større moment jo større normalkraften fra egenvægten bliver. Vi definerer derfor alle vægge på den sikre side (mindre vægt) med tykkelsen $t_v = 12$ cm og dæk til at bestå af beton med tykkelsen $t_v = 15$ cm, og har på denne måde taget hensyn til huller som døre og vinduer.

Bredden af bygningen er $b = 28$ og den har der $n_v = 9$ tværvægge i inclusive endevægge og vi får således normalkraften N idet vi sætter højden til $h = 40$ m og antallet af dæk til $n_d = 13$

(2) $$N = \rho g(2t_v bh + n_v tdh + n_d t_d db)$$

hvor ρ er betonens rumvægt på 2400 kg/m3 og g er tyngdeaccelerationen. Det giver $N = 29,3$ MN svarende til 2930 tons. Bygningens samlede vægt skal bæres af arealet af de bærende vægge som er

(3) $$A = 2tb + n_v td$$

Som giver 17,5 m2. Hermed får vi en jævnt fordelt trykspænding på N/A = 1,67 MPa hvilket er en yderst moderat spænding. Dvs

(4) $$\sigma_N = 1,67 \text{ Mpa}$$

Den maximale spænding fra vinden finder vi iht formel (1) for $y = b/2$

(5) $$\sigma_M = \frac{M}{I} b/2$$

Hvor det væltende moment fra vinden beregnes på den sikre side idet vi sætter momentarmen lig med 0,6 h

(6) $$M = 0,6hF_v$$

Vi skal nu bruge den anden af de to fysiske love til bestemmelsen vindkraften F_v der beregnes iht den såkaldte Drag Equation

(7) $$F_v = \frac{1}{2}\rho_l v^2 C_d A_v$$

Hvor ρ_l er luftens massefylde (1,2 kg/m3), v er vindhastigheden som vi vil sætte til basisvindhastigheden som i byområder er 24 m/s, C_d er drag koefficienten som vi konservativt vil sætte til 2, og A_v er det vindpåvirkede areal, i dette tilfælde $A_v = bh$. Indsætter vi disse tal får vi vindkraften $F_{vind} = 0.77$ MN svarende til 77 tons.

Inertimomentet beregner vi ved at samle de 9 tværvægge i en samlet bjælke, og så tillægger vi bidraget fra de to ydervægge

(8) $$I = \frac{1}{12} n_v t_v d^3 + t_v b(b/2)^2$$

Tillægsspændingen fra vindmomenter bliver da

(9) $$\sigma_M = 0.18 \text{ MPa}$$

Forholdet imellem den stabiliserende spænding $\sigma_N = 1,67$ Mpa og den væltende spænding $\sigma_M = 0.18$ MPa bliver da

(10) $$\sigma_N / \sigma_M = 9,05$$

Dvs. at vi kan øge vindkraften med en faktor 9 og stadig have trykspændinger overalt i de bærende vægge. Tallet kaldes normal for sikkerhedsfaktoren og svarer i denne beregning til produktet af de to partialkoefficienter som er fastlagt i normerne.

Man vil normalt fastlægge såkaldte karakteristiske værdier for både egenvægt og vindlast, men det vil vi som forklaret ovenfor ikke gøre i dette indlæg. I stedet har vi bestemt både egenvægt og vindkraft så meget på den sikre side, at de værdier vi har præsenteret nogenlunde svarer til normens karakteristiske værdier. Derfor kan vi bruge den klassiske regel at sikkerheden er OK hvis sikkerhedsfaktoren er lig med 2.

Sikkerhedsfaktoren multipliceret med vindkraften giver os den maximale vindkraft der netop svarer til at trykspændingerne forsvinder og bliver nul i den luv side af bygningen. Den maximale vindkraft er derfor $F_{\max} = 9,05 \times 0.77 = 7,0$ MN svarende til 700 tons.

For en vindhastighed på 24 m/s har vi altså en sikkerhedsfaktor der er mere end 3 gange større end nødvenligt. Det må siges at være en formidabelt stor sikkerhedsfaktor.

Det er derfor nærliggende at se på den størst mulige vindhastighed som vi kan forestille os. Lad os derfor benytte en vindhastighed på 32 m/s svarende til orkan. Så får vi tilsvarende vindlasten $F_{vind} = 1,38$ MN svarende 138 tons, og sikkerhedsfaktoren bliver nu 5,1. Altså selv for en orkan har vi en sikkerhedsfaktor der er mere end 2 gange større end strengt nødvendigt.

Dette må siges også at være en yderst tilstrækkelig sikkerhedsfaktor overfor en orkan.

Konklusionen er derfor at selv en forsigtig estimeret egenvægt er fuldt tilstrækkeligt til at sikre bygningen imod vind. Ikke bare imod en storm, men selv imod en orkan.

End-of-doc.